

TAREAS MATEMÁTICAS DE CONTEXTO HISTÓRICOCULTURAL PARA EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA EN INDAGACIÓN EN PRIMARIA

Gemma Sala, Joaquim Giménez, Vicenç Font
gsala@ub.edu, quimgimenez@ub.edu, vfont@ub.edu
Universitat de Barcelona, España

Tema: II. La Resolución de Problemas como Vehículo de Aprendizaje Matemático

Modalidad: Comunicación Breve

Nivel educativo: Primario (6 a 11 años)

Palabras clave: matemáticas, competencia, indagación, diseño de tareas.

Resumen

En este trabajo se expone una investigación basada en el diseño de tareas de contexto históricocultural cuya resolución conlleva el uso de las matemáticas, con alumnado de ciclo superior de primaria. Su objetivo es que el alumnado pueda iniciar su competencia en indagación, entendida como la capacidad de formularse preguntas de investigación e intentar responderlas haciendo uso de las matemáticas. Para su evaluación se concretó un sistema de indicadores. Las evidencias para asignar cada indicador se obtuvieron a partir del análisis de los datos obtenidos mediante protocolos del alumnado y entrevistas con alumnos y maestros.

Las tareas se diseñan a partir de situaciones históricoculturales. Por ejemplo, a partir de una situación arqueológica, se planteó una indagación para descubrir el posible propietario de un tesoro de monedas romanas encontradas en la excavación de una casa de época romana.

Alguna de las conclusiones preliminares avaladas por las evidencias de la investigación son: (1) El contexto históricocultural próximo resulta motivador, ya que permite la conexión de las matemáticas con la realidad cercana del alumnado. (2) Es posible que los alumnos desarrollen competencia en indagación si el diseño de las tareas y la gestión del profesorado permite que se integren en un proceso investigador.

Introducción

El objetivo general de la investigación que se presenta es el diseño y rediseño de tareas que permitan que los alumnos de último ciclo de educación primaria puedan iniciar su competencia en indagación. En este trabajo se describe una investigación sobre el desarrollo de esta competencia que se llevó a cabo en una escuela pública de un barrio céntrico de Badalona, con el alumnado de quinto curso, 23 participantes, que tenían entre 10 y 11 años.

Hipótesis y objetivos

Nuestra hipótesis de partida es que los contextos históricoculturales son adecuados para diseñar tareas que permitan generar en el alumnado pensamiento crítico, conocimiento matemático y desarrollo de su competencia en indagación.

Sobre el diseño de tareas se han tratado diferentes aspectos. Por ejemplo, Stein, Smith, Henningsen & Silver (2000) las características que ha de cumplir una tarea para ser

estimulante para el alumnado; Charalambous (2010) el papel que tiene el profesor en la implementación de la tarea con el fin de conseguir un proceso cognitivo relevante en ellos. En el marco del proyecto del Instituto Freudenthal "Realistic Mathematics Education" (Gravemeijer, 1994) se han diseñado tareas de contexto extramatemático que permiten generar un proceso de modelización matemática. En esta línea de uso de contextos reales en el diseño de tareas, se están diseñando e implementando en esta investigación situaciones abiertas que generen un proyecto de indagación, de manera que la tarea: (a) admita más de un camino posible de resolución; (b) no dé más información de la necesaria para resolverla; (c) no se encuentre en extremo pautada; (d) requiera justificar las elecciones que el alumnado realice, así como también las que rechace; (e) tenga un contexto extramatemático relevante y significativo para su resolución.

El objetivo general se concretó en los siguientes objetivos específicos: (O1) Caracterizar el constructo competencia en indagación; (O2) Diseñar, implementar y rediseñar (ajustándolas) secuencias didácticas que desarrollen competencia en indagación usando tareas de contexto históricocultural cuya resolución implique el uso de las matemáticas.

Metodología y resultados relacionados con el objetivo 1

El primer paso para conseguir O1 fue caracterizar el constructo "competencia en indagación" y sus grados de desarrollo. Para ello, se utilizó una metodología basada en el análisis de fuentes documentales para tomar una posición propia sobre esta noción, la cual se sometió a un proceso de triangulación de expertos. En una primera caracterización se entendió la competencia en indagación como la capacidad de formularse preguntas de investigación —preferentemente a partir de la reflexión sobre contextos extramatemáticos— e intentar responderlas haciendo uso de las matemáticas.

La actitud de indagación del experto (grado 3) fue caracterizada como punto de partida para la determinación de los grados de desarrollo de la competencia, según se muestra en la Tabla 1. En el grado 2, la persona que es capaz de tener iniciativas que requieren análisis y síntesis, etc. Y en el grado 1, encontraríamos las características de la persona inexperta, que tan solo es capaz de dirigir su trabajo para abordar los problemas que se deriven de los enunciados o las situaciones problemáticas propuestas, cuya finalidad es exclusivamente encontrar respuesta al problema. A partir de esta caracterización se configuró el sistema de indicadores (Tabla 1) que fue utilizado para la

realización y la descripción del análisis de los datos recogidos en la implementación de las tareas con los participantes.

Tabla 1. Grados de desarrollo de la competencia en indagación

	Grado 1: Dirigido	Grado 2: Crítico	Grado 3: Experto
Descubrir patrones	<ul style="list-style-type: none"> Descubre patrones que se desprenden directamente del enunciado 	<ul style="list-style-type: none"> Considera diferentes puntos de vista para descubrir otros patrones 	<ul style="list-style-type: none"> Genera nuevos puntos de vista para descubrir nuevos patrones no contemplados
Explorar	<ul style="list-style-type: none"> Explora mediante el reconocimiento de posibilidades 	<ul style="list-style-type: none"> Explora usando recursos diversos como tablas, generalizaciones, etc. 	<ul style="list-style-type: none"> Explora de forma sistemática con herramientas teóricas conscientes
Conectar	<ul style="list-style-type: none"> Asume las conexiones propuestas 	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce conexiones y las sabe explicitar 	<ul style="list-style-type: none"> Crea y evidencia nuevas conexiones
Planificar	<ul style="list-style-type: none"> Acepta y utiliza las herramientas propuestas en el enunciado o por la docente 	<ul style="list-style-type: none"> Sabe discutir y escoger entre posibles planificaciones Adapta las planificaciones a situaciones nuevas 	<ul style="list-style-type: none"> Genera y usa planificaciones propias
Hacer conjeturas	<ul style="list-style-type: none"> Establece conjeturas a partir del enunciado 	<ul style="list-style-type: none"> Distingue conjeturas diversas 	<ul style="list-style-type: none"> Crea y explicita nuevas conjeturas
Validar	<ul style="list-style-type: none"> Valida resultados estableciendo conclusiones 	<ul style="list-style-type: none"> Valida resultados argumentando de forma convincente para la comunidad 	<ul style="list-style-type: none"> Genera procesos realmente deductivos
Dudar	<ul style="list-style-type: none"> Tiene una actitud de duda basada en la intuición (curiosidad) 	<ul style="list-style-type: none"> Tiene una actitud de duda basada en la idea lakataina de prueba i refutación 	<ul style="list-style-type: none"> Tiene una actitud de duda intencionadamente crítica (basada en conocimientos previos provenientes de la lectura de otros autores) para crear un producto nuevo
Regular y controlar	<ul style="list-style-type: none"> Reflexiona i analiza el grado de certeza y validez de las conexiones que ha establecido (reflexión metacognitiva) 	<ul style="list-style-type: none"> Explicita las propias reflexiones Intenta convencer a la comunidad de indagación de las propias reflexiones (lo que implica un cierto grado de consciencia) 	<ul style="list-style-type: none"> Hace un análisis sistemático de los niveles de calidad Genera sistemas nuevos de control de calidad (confiabilidad, fiabilidad, representatividad, dispersión, etc.)
Problematicar	<ul style="list-style-type: none"> Sabe formular preguntas relevantes a partir de un contexto real problemático 	<ul style="list-style-type: none"> Tiene parámetros de comparación y contraste para saber si las preguntas formuladas son interesantes 	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce las posibilidades y las limitaciones de las preguntas formuladas Se pone a disposición de la crítica por parte de la comunidad de indagación
Comunicar	<ul style="list-style-type: none"> Explica los resultados y las conclusiones a la comunidad de indagación 	<ul style="list-style-type: none"> Elabora un texto (que puede ser oral) para comunicar los resultados i las conclusiones a la comunidad de indagación Adapta el texto para difundirlo a quién pueda estar interesado 	<ul style="list-style-type: none"> Elabora un texto argumentado rigurosamente para comunicar los resultados y las conclusiones a la comunidad de indagación más amplia posible Vela porque este texto (con las modificaciones que sean necesarias) sea publicado en revistas de referencia especializadas

Metodología y resultados relacionados con el objetivo 2

Para conseguir O2, el primer paso fue el diseño de un banco de tareas para desarrollar la competencia en indagación. Por ejemplo, para contenidos de tipo aritmético se

diseñaron una serie de tareas contextualizadas en la época histórica del Imperio Romano, las cuales potencialmente podían promover en el alumnado la necesidad de investigar aspectos relacionados con los sistemas de numeración.

El origen de esta secuencia de tareas es una experiencia previa donde se planteó a los participantes una investigación abierta para conocer quién podía ser el propietario de un tesoro de monedas romanas encontradas en la excavación arqueológica de una *domus* —un tipo de casa perteneciente a la época romana— de la antigua Badalona. La pregunta inicial era muy abierta (¿quién podía ser el propietario del tesoro?) y la información facilitada sobre el tesoro poco explícita (23 monedas íberas de bronce y 6 romano republicanas de plata), ya que no se sabía su valor.

Las tareas de esta experiencia previa eran básicamente de contenido histórico, ahora bien, las matemáticas aparecieron al tener que estimar el valor del tesoro. Por una parte, un grupo de alumnos, que trabajó en equipos colaborativos durante toda la implementación, se constituyó en una cuasi comunidad de indagación, ya que ellos mismos se formularon preguntas y organizaron, dividiéndose el trabajo de buscar información para, posteriormente, compartirla. Se observó, por un lado, que la ayuda de la maestra, planteando preguntas intermedias, facilitaba un proceso de debate y argumentación que, junto a la información inicial aportada, permitía la aparición de conjeturas plausibles sobre el propietario del tesoro y, por otro lado, que del contexto históricocultural emergía una situación extramatemática cuya resolución podía llevar a estudiar la idea de sistema de numeración a partir del sistema monetario.

La reflexión sobre esta experiencia previa llevó a un primer diseño que incluía, esta vez de forma explícita, contenido matemático y una organización de las tareas más pautada para ayudar al alumnado en el progreso de su indagación y, a la vez, poderlo evaluar. Las tareas se diseñaron con el fin de tener evidencias de los indicadores de la competencia de indagación propuestos en la Tabla 1.

Durante la implementación, se llevó a cabo un proceso de recogida de datos que consistió principalmente en la observación participativa presencial, completada con entrevistas abiertas e informales a los participantes y a los maestros. Las sesiones fueron registradas en vídeo y también se tomaron notas de campo. También se recogió información de los libros de texto utilizados y de los trabajos de clase realizados anteriormente para determinar sus conocimientos previos.

En la primera sesión, se comentó la noticia del tesoro y se les repartió informe arqueológico (Figura 1) del hallazgo. En la segunda sesión, se generó una lluvia de ideas donde afloraron preguntas de investigación concretas y un primer plan de trabajo para contestarlas. También se organizó la formación de los equipos de indagación (cinco grupos para trabajar de manera cooperativa). Una de las primeras tareas que surgió al leer el informe arqueológico fue la necesidad de situar el lugar del hallazgo del tesoro. Para ello, se tuvo que cotejar el plano actual de Badalona con un plano del trazado de *Baetulo* publicado por el museo de la ciudad, llegando a consensuar una localización aproximada (se dudaba entre dos *domus* contiguas de una calle).

La tarea continuó en la siguiente sesión visitando la calle de las dos *domus*. Se llevaron los planos de las casas y uno de ellos tenía una marca con el lugar exacto donde estaba el tesoro. Los alumnos debieron decidir cuál de las dos casas era la del propietario.

La quinta sesión es una revisión y discusión sobre la información extraída de las visitas de la sesión anterior, poniendo énfasis en conocer cómo eran las casas de *Baetulo* con el objetivo de poder hacer una conjetura sobre si la casa del tesoro correspondía a un propietario rico o pobre. En la sexta sesión, se continuó buscando información sobre casas romanas y la vida cotidiana en *Baetulo*.

En la sesión conjunta posterior comunicaron la información encontrada, mediante exposiciones orales, para poder compartirla, y poder explicitar sus primeras conjeturas sobre posibles habitantes de la *domus* (lugar donde fue encontrado el tesoro) y hacer una primera aproximación de la condición económica de su posible propietario.

En la octava sesión, se presentaron diversos personajes históricos de *Baetulo* como posibles propietarios del tesoro. Se constató la producción de diversas conjeturas y argumentaciones, propias de un primer grado de competencia investigadora (Tabla 1), basadas en la información ofrecida y en suposiciones que se hacían sin contrastación. Por ejemplo, suponían que el inquilino debía ser forzosamente el propietario.

La novena sesión se dedicó a conocer mejor la composición de monedas del tesoro para poder estimar su valor. Fue necesario buscar información sobre el sistema monetario romano para entender y reconocer su estructura. También se estudiaron otros sistemas monetarios más actuales con los que hacer comparaciones y analogías. Se facilitó a cada uno de los cinco grupos reproducciones de las monedas y billetes de cada uno de los sistemas monetarios que se debían estudiar y se les encargó que confeccionaran un

mural para poder explicar su estructura a los otros grupos. Los alumnos recurrieron a un blogⁱ, creado expresamente como soporte de la implementación, para encontrar *links* a

Informe arqueológico tesoro de monedas de Badalona

El tesoro de monedas ha sido encontrado el 3 de diciembre en las excavaciones arqueológicas que se están llevando a cabo actualmente en Badalona, en la calle Lladó.

El tesoro apareció sobre la tierra virgen, prácticamente en contacto con el estrato de terraplén de esta zona de época augustiana. La interpretación que se ha dado a este hecho es que el depósito monetario fue guardado, posiblemente, en una bolsa de cuero o tela que no se ha conservado y escondido practicando un agujero en el suelo.

El tesoro de la calle Lladó está formado por un total de 29 monedas: 23 ases de bronce, con leyenda íbera y 6 denarios de plata romano-republicanos.

El estudio preliminar de las monedas que componen el tesoro ofrece una cronología de segundo tercio de siglo I AEC, seguramente en sus inicios. También se puede diagnosticar que se trata de un tesoro de formación breve, sin selección de la calidad de las monedas ya que no contiene ejemplares nuevos.

INVENTARIO:

Moneda n° 1 Valor: 1 as Peso: 13,56 g	Moneda n° 2 Valor: 1 as Peso: 12,10 g	Moneda n° 3 Valor: 1 as Peso: 10,60 g	Moneda n° 4 Valor: 1 as Peso: 12,99 g
Moneda n° 5 Valor: 1 as Peso: 11,96 g	Moneda n° 6 Valor: 1 as Peso: 11,92 g	Moneda n° 7 Valor: 1 as Peso: 12,17 g	Moneda n° 8 Valor: 1 as Peso: 10,71 g
Moneda n° 9 Valor: 1 as Peso: 10,56 g	Moneda n° 10 Valor: 1 as Peso: 10,08 g	Moneda n° 11 Valor: 1 as Peso: 9,82 g	Moneda n° 12 Valor: 1 as Peso: 9,68 g
Moneda n° 13 Valor: 1 as Peso: 9,38 g	Moneda n° 14 Valor: 1 as Peso: 9,37 g	Moneda n° 15 Valor: 1 as Peso: 9,70 g	Moneda n° 16 Valor: 1 as Peso: 9,18 g
Moneda n° 17 Valor: 1 as Peso: 9,11 g	Moneda n° 18 Valor: 1 as Peso: 8,92 g	Moneda n° 19 Valor: 1 as Peso: 8,08 g	Moneda n° 20 Valor: 1 as Peso: 7,59 g
Moneda n° 21 Valor: 1 as Peso: 7,82 g	Moneda n° 22 Valor: 1 as Peso: 7,43 g	Moneda n° 23 Valor: 1 as Peso: 5,91 g	Moneda n° 24 Valor: 1 denari Peso: 3,69 g
Moneda n° 25 Valor: 1 denari Peso: 3,42 g	Moneda n° 26 Valor: 1 denari Peso: 3,46 g	Moneda n° 27 Valor: 1 denari Peso: 3,59 g	Moneda n° 28 Valor: 1 denari Peso: 3,43 g
Moneda n° 29 Valor: 1 denari Peso: 3,89 g			



Figura 1. Informe arqueológico

páginas que les ayudaran. En el proceso de realización de los murales los alumnos planificaron la búsqueda de información sobre los sistemas monetarios, constataron y validaron regularidades obteniendo nuevas informaciones que no conocían —por ejemplo, la relación existente entre el centavo y el dólar— y buscaron analogías con otros sistemas, más conocidos por ellos como el sistema métrico. Por ejemplo:

Maestra: *Así, ¿Por cuánto se tendría que multiplicar la moneda de “quarter” para relacionarla con la de un dólar?*

Alumnos 1, 2, 3,4: ...

Maestra: *Si un dólar es la unidad, como el metro de que hablábamos antes, i los 25 centavos son una cuarta parte... “quarter”...*

Alumno 4: *Ah!...por 4!*

Maestra: *¡Muy bien! Y...entonces... ¿para que dé el billete de 2 dólares?*

Alumnos 3,4: *¡Por 8!*

Se trata de evidencias de que los alumnos llegaron al primer grado de la competencia en indagación (Tabla 1) ya que sus conjeturas y preguntas fueron dirigidas por las preguntas intermedias i las indicaciones de la maestra.

Los alumnos que estudiaron el sistema menos conocido para ellos y el que presentaba menos regularidades evidentes —el sistema romano— se vieron obligados a razonar y discutir entre ellos a partir de la información que tenían a su alcance para poder establecer algunas de estas relaciones menos evidentes, por lo tanto, esta situación influyó positivamente en el desarrollo de su competencia en indagación, llegando a un nivel de desarrollo que se puede considerar como inicio de grado 2 (Tabla 1). Con la reflexión generada en la comparación de los sistemas monetarios, se evidenció que el alumnado era capaz de conectar informaciones y hacer generalizaciones aplicables a otros sistemas y, en concreto, al sistema numérico decimal y al sistema métrico.

Alumno 6: Los romanos multiplican por 12, por 400, por 80, por 3...

Alumno 5: Los otros [refiriéndose a los sistemas monetarios, más actuales, estudiados por los otros grupos de alumnado] multiplican por 2, por 5, por 10...

Alumno 7: Los de ahora son más fáciles de multiplicar, el 10 es muy importante. Nuestro sistema se llama "sistema decimal".

Alumno 6: Aquí el "as" es la moneda principal y es más fácil con los múltiplos que con los submúltiplos. En el euro no hay principal...pero hay como filas...Bueno...el 1, el 2 y el 5 si que son principales pero el "as" es más principal.

En la décima sesión se trataba de conocer qué tipo de trabajos desempeñaban los romanos y cuánto dinero ganaban con el objetivo de poder mejorar las conjeturas planteadas en la octava sesión. En primer lugar, debieron calcular el valor de los denarios del tesoro en ases (utilizando la información del mural confeccionado) y sumarlos todos, con el objetivo de obtener la cantidad exacta de ases de la que estaba compuesto el tesoro. Después, se debía relacionar este valor con el coste de la vida de la *Baetulo* de época romana —cuánto valía un pan, cuánto cobraba un legionario, etc. De esta manera, el alumnado podía determinar si el tesoro tenía mucho valor, lo cual daba elementos para selección del personaje histórico que mejor se adaptara a la información obtenida, en función de si podía ser una persona adinerada o no.

La última sesión permitió dar respuesta a las principales preguntas de indagación planteadas en la sesión 2, argumentar las hipótesis y discutir los resultados. Cabe destacar que en la experiencia realizada cuatro de los cinco grupos concluyeron acertadamente que el tesoro de monedas encontrado era de poco valor para los mismos romanos y que, por lo tanto, debía de pertenecer a alguien con poco poder adquisitivo.

Conclusiones

El experimento piloto permitió encontrar evidencias que avalan algunas conclusiones preliminares: (1) El contexto históricocultural próximo resulta motivador, ya que

permite la conexión de las matemáticas con su la realidad cercana del alumnado. (2) Es posible que los alumnos desarrollen competencia en indagación si el diseño de las tareas y la gestión del profesorado permite que se integren en un proceso investigador. (3) El alumnado, en lugar de preocuparse exclusivamente de los cálculos, reflexiona sobre las tareas y soluciones llegando, en algunos casos, a formular preguntas relevantes.

Con relación a la calidad de las tareas diseñadas, se trata de una secuencia que genera una riqueza de procesos relevantes ya que los alumnos han realizado argumentaciones, inducciones, deducciones; han tenido que particularizar y generalizar; han tenido que interpretar y representar —a través de palabras, gráficos, símbolos, números y materiales—, etc. La secuencia implementada también ha contribuido a involucrar al alumnado en un proceso de indagación que ha exigido desarrollar habilidades transversales tales como: leer y entender enunciados; generar preguntas relacionadas con una situación-problema; plantear y resolver problemas análogos; planificar y desarrollar estrategias de resolución; verificar la validez de las soluciones; ir recogiendo resultados que pudieran ser útiles en situaciones posteriores, etc.

Agradecimiento

Trabajo realizado en el marco de los siguientes proyectos: EDU2009-0820 y EDU2012-32644 del Ministerio de Economía y Competitividad de España.

Referencias

- Charalambous, C.Y. (2010). Mathematical knowledge for teaching and tasks. *Journal of Teacher Education*, 60(1-2), 21-34.
- Gravemeijer, K.P.E. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht: CD-β. Press/Freudenthal Institute.
- Stein, M.K.; Smith, M.S.; Henningsen, M.A. & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: a Casebook for Professional Development*. New York: Teachers College Press.

ⁱ Blog creado para el diseño piloto: <http://viureabaetulo.wordpress.com/>